

非均匀填充束团纵向不稳定性的模拟计算

戴建枰 赵振堂

(中国科学院高能物理研究所 北京 100039)

摘要 为精确计算储存环中高频腔等高 Q 值元件引起的耦合束不稳定的增长率,我们通过分析束团和高频腔高次模的相互作用,编制了能计算非均匀填充束团纵向不稳定性增长率的程序——SLIAB 程序。在束团均匀分布这种特例情况下,该程序与常用的 ZAP 程序计算得到的结果基本一致。作为一个应用实例,本文给出了高能物理研究所 BEPC 改进方案 BEPC-II 上束团耦合不稳定性的增长率的计算结果。

关键词 非均匀填充束团,不稳定性,ZAP 程序

中图分类号 TL501

在强流对撞机及光源储存环中,束流不稳定性一直是人们关心的热点。为得到高流强或高亮度,克服束流不稳定性就起着关键的作用。在众多类型的束流不稳定性中,高频腔等高 Q 值元件引起的耦合束不稳定是一种常见而严重的不稳定。通常,人们采用高次模抑制器及束流反馈等办法来抑制这种不稳定性。为有效地设计高次模抑制器及束流反馈系统,精确计算这种不稳定性的增长率是很必要和有益的。

对束团均匀分布的储存环,我们可以用 BBI 或 ZAP 程序^[1-3]来计算其束腔不稳定性的增长率。但实际中,由于电子环中清洗离子和质子环中考虑注入元件上升时间等方面的要求,储存环中粒子束团通常呈非均匀分布,一般沿环有一个或几个较大的束团间距;另外,在单环对撞机中,情形更为复杂些,束团除受同方向束流中束团在腔中产生‘尾场’的作用,还受到反方向束流中的束团在腔中产生‘尾场’的作用。目前,国际上还没有成熟的方法计算这种非均匀填充束团的不稳定性^[4]。为此,通过分析束团和高频腔高次模的相互作用,我们编制了一般情形下纵向耦合束不稳定性的计算程序。

1 程序的计算模型

1.1 单束流情形

假设储存环上有 B 个刚性束团,每个束团所含的粒子数(即流强)可以不一样,但其分布是一样的。根据束团间的时间间隔,我们可以找到一个最小的束团谐波数 N ,即储存环一周有 N 个均匀分布的束团位置,束团非均匀地填充到这 N 个位置中。各位置上束团的流强可以用归一化因子 α_k 定义, $0 \leq \alpha_k \leq 1, k = 0, 1, 2, \dots, N-1$ 。 $\alpha_k = 0$ 表示此处没有束团填充。

由于束团的分布不变(为高斯分布),因而束团可以看作一个宏粒子,其纵向运动用 ε_k^l 和 τ_k^l 来描述。 ε_k^l 为第 k 个束团在第 l 圈时与同步粒子间的能量差, τ_k^l 为该束团与同步粒子间到达高频腔时的时间偏差。

与整个环的周长相比,高频腔的尺寸可忽略,因而我们可以把束团的运动分为两部分,即束团在高频腔中的运动和在腔外的运动。束团在腔外运动时,由于同步辐射和环的宽带阻抗而损失的能量,分别用 U_r 和 U_{bb} 表示。对同步辐射能量,取线性近似时,

$$U_r = U_0 + 2\varepsilon_k^l \cdot \frac{T_0}{\tau_e} \quad (1)$$

式中, T_0 为束团的运行周期, τ_e 为同步辐射阻尼时间。

束团在腔中,由腔压而获得的能量补充为 $\alpha_k q_0 V_{rf} \cos(\varphi_s + \omega_{rf} t_k^l)$ 。式中, q_0 为最强束团的电量, V_{rf} 为腔的峰值电压, φ_s 为同步相位, ω_{rf} 为高频频率。

同时,由于腔中各高次模的存在,该束团和之前各束团的‘尾场’作用而引起的能量变化为 $\alpha_k q_0 V_k^l$ 。

$$V_k^l = \left(\sum_{j=1}^{l-1} \sum_{n=1}^N + \sum_{j=l}^l \sum_{n=1}^{k-1} \right) \sum_{m=1}^M [\alpha_n \cdot q_0 \cdot \frac{\omega_m R_m}{Q_m} \cdot e^{\frac{(\omega_m \sigma)^2}{2}} \cdot e^{-\frac{\omega_m}{2Q_m} \cdot t_n^j} \cdot \cos(\omega_m \cdot t_n^j)] \quad (2)$$

式中, M 为腔中的高次模数; ω_m 、 R_m 和 Q_m 分别为高次模的谐振频率、分流阻抗和品质因数; t_n^j 为第 j 圈第 n 个束团和被作用束团间的时间间隔; σ 为束团长度。

另外,束团受本身产生的‘尾场’的作用而引起的能量变化为 $\alpha_k q_0 \Delta V$

$$\Delta V = \frac{1}{2} \sum_{m=1}^M (\alpha_k \cdot q_0 \cdot \frac{\omega_m R_m}{Q_m} \cdot e^{-\frac{(\omega_m \sigma)^2}{2}}) \quad (3)$$

这样,束团纵向运动的方程为

$$\begin{cases} \varphi_k^{l+1} = \varphi_s + \omega_{rf} \tau_k^l \\ \varepsilon_k^{l+1} = \varepsilon_k^l + \alpha_k q_0 V_{rf} \cos \varphi_k^{l+1} - U_0 - 2\varepsilon_k^l \cdot \frac{T_0}{\tau_e} - U_{bb} - \alpha_k q_0 (V_k^l + \Delta V) \\ \tau_k^{l+1} = \tau_k^l + \varepsilon_k^{l+1} \cdot \frac{\alpha_p T_0}{E_0} \end{cases} \quad (4)$$

式中, α_p 为动量压缩因子, E_0 为同步粒子的能量。

1.2 单环双束流情形

对于单环双束对撞机,束团除受同股束流引发的尾场作用外,还将受另一股束流引发的尾场作用。

我们假设其中的一股束流为正向束流,另一股束流为反向束流。正向和反向束流的束团电量归一化因子分别为 α_k^+ 和 α_k^- ,最强束团的电量分别为 q_0^+ 和 q_0^- ;反向束团的电性用 μ 来表示, $\mu = 1$ 时,电性与正向束流相反, $\mu = -1$ 时,电性与正向束流相同。另外,对反向束流,我们用 ν_m 来表示腔中第 m 个高次模场分布的轴向对称性,偶对称时 $\nu_m = 1$,奇对称时 $\nu_m = -1$ 。于是,正向束流中的束团在高频腔中因受反向束流引发的尾场作用而产生的能量变化为 $\alpha_k^+ q_0^+ V_k^{l-}$ 。

$$V_k^{l-} = \left(\sum_{j=1}^{l-1} \sum_{n=1}^N + \sum_{j=l}^l \sum_{n=1}^k \right) \sum_{m=1}^M [\mu \nu_m \alpha_n^- \cdot q_0^- \cdot \frac{\omega_m R_m}{Q_m} \cdot e^{-\frac{(\omega_m \sigma)^2}{2}} \cdot e^{-\frac{\omega_m R_m}{2Q_m} \cdot t_n^-} \cdot \cos(\omega_m \cdot t_n^-)] \quad (5)$$

式中, t_n^- 为第 j 圈第 n 个反向束团和被作用束团间的时间间隔。根据因果率,束团只能感受到它之前到达高频腔的束团产生的尾场的作用,因此, $t_n^- \geq 0$ 。

束团受同方向束流引发的尾场作用而产生的能量变化与单束流情形一致(为 $\alpha_k^+ q_0^+ V_k^{l+}$)。

$$V_k^{l+} = \left(\sum_{j=1}^{l-1} \sum_{n=1}^N + \sum_{j=l}^l \sum_{n=1}^{k-1} \right) \sum_{m=1}^M [\alpha_n^+ \cdot q_0^+ \cdot \frac{\omega_m R_m}{Q_m} \cdot e^{-\frac{(\omega_m \sigma)^2}{2}} \cdot e^{-\frac{\omega_m R_m}{2Q_m} \cdot t_n^{j+}} \cdot \cos(\omega_m \cdot t_n^{j+})] \quad (6)$$

束团受本身产生‘尾场’作用而引起的能量变化为 $\alpha_k^+ q_0^+ \Delta V$

$$\Delta V = \frac{1}{2} \sum_{m=1}^M (\alpha_k^+ \cdot q_0^+ \cdot \frac{\omega_m R_m}{Q_m} \cdot e^{-\frac{(\omega_m \sigma)^2}{2}}) \quad (7)$$

于是,单环双束流情形,正向束流中束团的纵向运动方程为

$$\begin{cases} p\varphi_k^{l+1} = \varphi_s + \omega_{rf} p\tau_k^l \\ p\epsilon_k^{l+1} = p\epsilon_k^l + \alpha_k^+ q_0^+ V_{rf} \cos(\varphi_s + \omega_{rf} p\tau_k^l) - U_0 - 2p\epsilon_k^l \cdot \frac{T_0}{\tau_e} - \\ \quad U_{bb} - \alpha_k^+ q_0^+ (V_k^{l+} + V_k^{l-} + \Delta V) \\ p\tau_k^{l+1} = p\tau_k^l + p\epsilon_k^{l+1} \cdot \frac{\alpha_p T_0}{E_0} \end{cases} \quad (8)$$

式中, $p\epsilon_k^l$ 为正向束流中第 k 个束团在第 l 圈时与同步粒子间的能量差, $p\tau_k^l$ 为该束团与同步粒子间到达高频腔时的时间偏差。反向束流中第 k 个束团在第 l 圈时与同步粒子间的能量差用 $n\epsilon_k^l$ 表示,该束团与同步粒子间到达高频腔时的时间偏差用 $n\tau_k^l$ 表示。反向束流中束团的运动方程与正向束流中束团的运动方程类似。

得到 $p\epsilon_k^l$ 、 $n\epsilon_k^l$ 、 $p\tau_k^l$ 和 $n\tau_k^l$ 后,我们便知道了束团的运动状态,也即得到了各个束团每一圈的相振荡幅度 $\Delta p\varphi_k^l = \omega_{rf} p\tau_k^l$ 或 $\Delta n\varphi_k^l = \omega_{rf} n\tau_k^l$ 。若对数列 $\Delta p\varphi_k^l$ 或 $\Delta n\varphi_k^l$ 进行傅里叶分析,便能得到束团纵向二极振荡的振荡频率 ω_s ,并由此得到二极振荡的频移 $\omega_s - \omega_{s0}$ 。而对数列 $\Delta p\varphi_k^l$ 或 $\Delta n\varphi_k^l$ 进行指数拟合,则可以得到束团纵向二极振荡的增长率 α 值。

由于忽略了高频腔的长度,束流储存环中只有单股束流时,束团受腔尾场作用而引起的总的能量变化为各腔中能量变化的线性叠加,因而计算束流的不稳定性可不考虑环中高频腔的数目及位置,把所有高频腔叠加为一个腔处理;当环中有双股束流时,束团的能量变化不再是各腔简单的线性叠加,因而需要考虑到高频腔的个数和位置。这时候,(8)式中束团能量的变化应为所有高频腔的贡献。

2 两个程序计算结果的比较

作为非均匀分布的一个特例,对束团均匀分布的储存环,由 Laclare 理论^[3] 我们可以得到其不稳定性的解析解(可用 BBI、ZAP 等程序计算)。假设 BEPC 工作在同步辐射模式,环上有 4 个均匀分布的束团,高频腔有一个高次模,然后分别用 ZAP 程序及我们编制的程序对它的纵向不稳定性进行了计算。

(1) 设高次模的频率 f_r (MHz) 满足‘全耦合’条件,即

$$f_r = pf_0 + f_s = (320 + 0.0296) \times 1.24706 = 399.096$$

高次模的分流阻抗为 $R_s/Q = 1.8(\Omega)$,环中束流流强为 $I_{tot} = 100\text{mA}$ 。图 1 是对不同的 Q 值用 ZAP 程序和我们编制的程序计算得到的纵向不稳定性的增长率。

由图 1 可以看出,当 Q 值变化时,用这两个程序计算得到的纵向不稳定增长率的变化趋势一样,而 ZAP 得到的数值(曲线 a)比我们编制程序的结果(曲线 b)偏大。这与 Bassetti 等在

比较 ZAP 程序计算结果与实际测量结果的差别后,得出 ZAP 程序的计算结果偏大的结论一致^[5]。

(2) 设高次模的分流阻抗为 $R_s/Q = 1.8(\Omega)$, 品质因数为 $Q = 25000$, 环中束流流强为 $I_{tot} = 100\text{mA}$ 。此时, 当高次模频率在‘全耦合’频率(即 399.096MHz) 附近变化时, 用我们编制的程序计算得到的纵向不稳定性的增长率如图 2 所示。

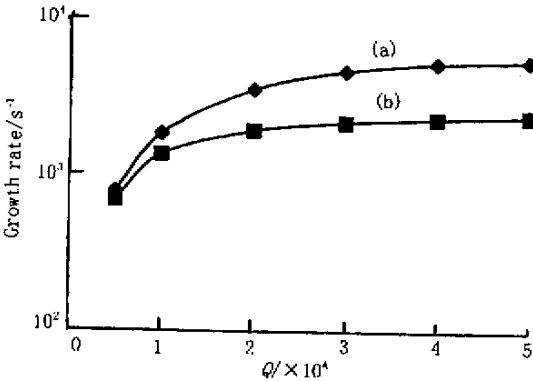


图 1 不稳定增长率随高次模 Q 值的变化
Fig.1 Growth rate versus Q values of the HOMs

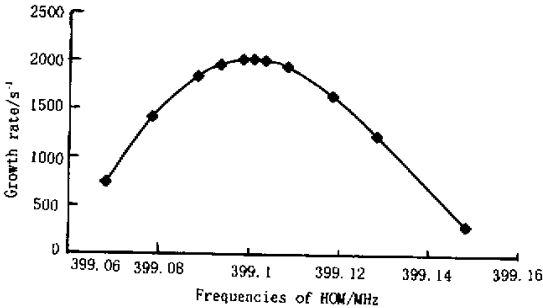


图 2 增长率随高次模频率的变化
Fig.2 Growth rate versus the frequency of the HOM

根据 Laclare 理论,高次模频率满足‘全耦合’条件时,引发的纵向不稳定性的增长率最大,频率有所偏离时,增长率减小。图 2 显示的增长率随高次模频率的变化与此相吻合。

3 BEPC – II 纵向不稳定性的计算

在 BEPC 的升级改造 BEPC – II 中,讨论的方案之一是单环双束流多束团对撞,即每股束流中有 6 个束团。由于高频谐波数为 160,因此,6 个束团在环上的分布是不均匀的,束团之间的间隔依次为 27、27、27、27、26、26 个高频基波的波长。BEPC – II 的主要机器参数如表 1 所示。

BEPC – II 环上共有 4 个高频腔,分为东、西两组。两组腔间的距离为 16 个高频基波的波长。因两个 SPS 腔的高次模阻抗较小,在我们的计算中考虑的主要是两个 BEPC 腔高次模的作用。在低功率状态下,测得的 BEPC 腔的主要高次模如表 2 所示。

表 1 BEPC – II 的主要机器参数
Table 1 Main parameters of BEPC – II

环周长	能量	动量压缩因子	阻尼时间	高频频率	总腔压	流强	束长
Circumference/m	Energy E/GeV	Momentum compaction α_p	Damping time τ_e/ms	RF frequency f_{rf}/MHz	Cavity voltage V_e/MV	Beam current $\sum I/\text{mA}$	Bunch length σ/cm
240.4	2.0	0.004	11.1	199.535	2.4	2×150	5.0

表 2 BEPC 腔的纵向高次模
Table 2 Longitudinal HOMs of BEPC RF cavity

高次模模式	频率	分流阻抗	固有品质因数	有载品质因数
MODE	Frequency/MHz	Shunt impedance $(R_s/Q)/\Omega$	Unloaded Q value	Loaded Q value
TM011	259.8	19.6	11296	499
TM012	427.12	3.8	7119	1288
TM021	479.2	6.2	6009	986
TM022	513.6	11.2	16624	168
TM032	669.2	1.7	13726	817
TM013	680.5	6.4	2492	1015
TM023	809.2	5.2	8429	945
TM043	1006.38	4.8	28836	7243

把表 1、表 2 中的参数代入 SLIAB 程序,我们发现,这种情况下 BEPC 腔的高次模激起的纵向不稳定的增长率小于同步辐射的阻尼率,但考虑到测量的误差以及实际腔在大功率运行时由腔温及调谐器移动等因素引起的腔高次模频率的变化,我们计算了在危险情况下束团的增长率。例如,当 TM022 模没能很好地阻尼,而其频率由 513.6MHz 变为 513.85MHz 时,正向及反向束流中的第 1、3、5、6 这 4 个束团的增长率为 $\alpha = 1766$,远大于同步辐射的纵向阻尼率 $\alpha_e = 1/\tau_e = 90$ 。这种情况下,纵向不稳定将引起束流品质下降或丢束,因此,对 BEPC – II 的纵向多束团不稳定性应予以足够的重视,要采取有效的措施抑制纵向不稳定性。

4 结论

- (1)在束团均匀分布这种特例情况下,SLIAB 程序的计算结果和 ZAP 程序的计算结果基本一致。
- (2)SLIAB 程序能计算单环双束流,两组(四个)高频腔及束团任意分布等通常情况下耦合束的纵向不稳定增长率,为分析象 BEPC – II 这样的双束流多束团储存环上的耦合束不稳定性提供了一个有力的工具。

参 考 文 献

1 Haebel E. In : Beiglbock W, *et al.* Eds. RF Design – Higher Order Modes. Lecture Notes in Physics No.425, Springer – Verlag, Berlin – Heidelberg, 1992. 312–316

2 Wilson P. High Energy Electron Linacs : Application to Storage Ring RF Systems and Linac Collider. SLAC – PUB – 2884, 1982. 20–28

3 Laclare J C. Bunched Beam Coherent Instabilities. CERN 87 – 03, Vol. I . 264–284

4 Briggs D, Fox J D, Hosseini W, *et al.* Computer modeling of bunch – by – bunch feedback for the SLAC B – factory design. IEEE Par-

title Accelerator Conference, San Francisco, 1991. 1407—1409

5 Bassetti M, Ghigo A, Migliorati M, *et al.* A Time Domain Simulation Code of the Longitudinal Multibunch Instabilities. DAΦNE TECHNICAL NOTE, Frascati, 1993. Note : G - 19 5—8

Simulation of the longitudinal instabilities of the asymmetric bunches

DAI Jianping ZHAO Zhentang

(Institute of High Energy Physics, the Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039)

Abstract

The computational model of the code used to simulate the longitudinal instabilities of the asymmetric bunches was introduced. The growth rates of the longitudinal instabilities of the symmetric bunches got by this code were compared with those got by the code ZAP, and they were almost the same. As an example, the simulation results of the BEPC - II were presented.

Ket words Asymmetric bunches, Instability, ZAP

CLC TL501

《核技术》入选《中国期刊方阵》

加强‘中国期刊方阵’建设是我国出版事业发展的需要,是推动期刊业前进的重要举措。

由各省、自治区、直辖市和中央部委评比产生,经中宣部和国家新闻出版总署审核,2001年9月,科技部(国科发财字[2001]340号文件‘关于公布科技期刊方阵名单的通知’)公布了入选《中国期刊方阵》的716种科技期刊名单。其中,中国科学院有109种期刊进入了《中国期刊方阵》,所占比例为15.22%。《中国期刊方阵》分为四个层面:‘双高’期刊(即高知名度、高学术水平)12种;‘双奖’期刊(即国家期刊奖、国家期刊奖提名奖)12种;‘双百’期刊(即百种重点社科期刊、百种重点科技期刊)27种;‘双效’期刊(即社会效益好、经济效益好)58种。

《核技术》被评选入《中国期刊方阵》‘双效’期刊,这应归功于有关领导部门的重视和关心、广大作者和读者的厚爱与支持。作为期刊工作者要以繁荣社会期刊为己任,努力提高期刊质量,为我国科技期刊的发展作出更多的贡献。